

Utilização de Múltiplas Representações Externas para construção de fractais em ambientes exploratórios de aprendizagem

Rafael de Andrade Sousa¹, Alexandre Ibrahim Direne¹,

¹Departamento de Informática - Universidade Federal do Paraná (UFPR)
Rua. Cel. Francisco H. dos Santos 100 – 91.501-970 – Curitiba – Paraná – Brasil

rafael.and@gmail.com, alexd@inf.ufpr.br

Abstract. *The main goal of this work is to demonstrate how Multiple External Representations (MER) can be used as wrappers of complex instructions to support human learners in the construction process of geometric structures known as Fractals. In order to demonstrate this potential, we have built an exploratory learning environment that allows learners to build their own Fractals by exploring the environment. It is intended that the learner be able to build Fractals, only by using the given MER. Supported by the MER, the tool encapsulates a formal grammar, called L-Systems, to cover the generation of the Fractals. Also related to the grammar are the fundamentals of geometric shapes construction as a LOGO-like language. The MER serves as an abstraction layer since the symbols of the representation are intuitive to the learner.*

Resumo. *A finalidade deste trabalho é demonstrar como Múltiplas Representações Externas (MRE) podem ser utilizadas para apoiar aprendizes durante o processo de construção de figuras geométricas conhecidas como Fractais. Para demonstrar esse potencial, foi construído um ambiente exploratório que permite ao aprendiz, criar seus próprios Fractais através da exploração do ambiente. Deseja-se que o aprendiz seja capaz de construir Fractais, apenas utilizando as MRE fornecidas pelo ambiente. Apoiada por essas MRE, o ambiente exploratório encapsula uma gramática formal, denominada L-Systems, para gerar a estrutura dos Fractais. Associada à gramática, também estão os princípios de construção de formas geométricas da linguagem LOGO. Assim, as MRE servem como uma camada de abstração pois tais representações são baseadas em símbolos intuitivos para o aprendiz.*

Palavras-chave: *Múltiplas Representações Externas, Fractais, Ambientes Exploratórios*

1. Introdução

Este artigo aborda a dinâmica da aprendizagem através de ambientes exploratórios que utilizam Múltiplas Representações Externas [Ainsworth 2006] como elementos intuitivos do domínio de conhecimento de um aprendiz. Neste trabalho, utilizou-se figuras geométricas denominadas *Fractais* que se aplicam em contextos pedagogicamente relevantes por refletirem graficamente o resultado de conteúdos tradicionais do ensino de Matemática. Por exemplo, as séries numéricas vistas na forma de progressões, aparecem na superfície

gráfica das iterações dos Fractais como variações da tamanho de lados, da área de polígonos ou mesmo da quantidade desses lados e polígonos. Adicionalmente, lidar com a noção explícita de definição de ângulos é mandatório na geração de um Fractal.

Fractais são formas geométricas complexas cuja natureza de auto-similaridade traz um potencial exploratório do conceito matemático e computacional de *recursividade*. Também, ainda dentro do meio computacional, uma forma bastante difundida no meio acadêmico como mecanismo de construção de Fractais é uma gramática de derivação paralela denominada L-Systems [Alfonseca 1996]. Tal gramática, permite descrever as figuras Fractais mediante instruções que são análogas às da linguagem LOGO [Papert 1980].

Como objeto final do trabalho, desenvolveu-se um software que, utilizando o conceito de manipulação direta (WYSIWYG – *What You See Is What You Get*), implementa o micromundo a ser explorado pelo aprendiz. Os testes realizados durante a fase de desenvolvimento tem por objetivo permitir que um aprendiz construa Fractais sem que ele possua o conhecimento matemático/computacional contextual inerente a construção de tais figuras geométricas.

2. Resenha literária

2.1. Micromundos e ambientes exploratórios de aprendizagem

Em [Rieber 1996] o autor define micromundos como uma pequena, porém completa, versão de algum domínio de interesse e que as pessoas não se atêm simplesmente a estudá-lo mas a “vivenciá-lo”. Esse conceito é similar à ideia de que a melhor maneira de se aprender espanhol é visitando a Espanha.

Inicialmente Micromundos podem ser confundidos com uma simulação[Hobmeir et al. 2008], porém possuem duas características importantes que não são apresentadas em simuladores:

1. São como simplificações do domínio do problema e devem permitir ao aprendiz a sua remodelagem a fim de levar à exploração de idéias mais complexas.
2. Devem estar em sintonia com o estado afetivo e cognitivo do usuário de forma que este deve imediatamente saber o que fazer com os elementos disponíveis para que nenhum ou pouquíssimo treinamento seja dado antes de sua real utilização.

2.2. Múltiplas representações externas

Micromundos são abstrações e simplificações de objetos do mundo real, que dão ao aprendiz uma maior intuição no entendimento do que fazer durante a solução de problemas [Aguiar et al. 2007]. Para isso, são necessários elementos que geram representações tanto de natureza linguística como gráfica. No passado, alguns autores [Cox 1995] apoiaram a ideia da utilização desses elementos, denominados Representações Externas como mecanismos de auxílio na solução de problemas.

Em particular, uma autora [Ainsworth 2006] aborda o explosivo aumento dos conteúdos multimídia educacionais e uma grande variedade de representações externas, tais como: diagramas, tabelas, textos, gráficos, animações, som, vídeo etc. Segundo Ainsworth, tais objetos foram introduzidos na linha de software devido à grande possibilidade de combinações dessas representações, o que levou as teorias educacionais a um outro entendimento sobre a importância da utilização de representações externas no aprendizado.

Ainsworth ainda propôs em seu trabalho um arcabouço conceitual que todo projeto de software educacional deve seguir para ser eficiente. Em resumo, um conteúdo educacional com múltiplas representações externas deve conter três funções-chaves: (a) complementar; (b) restringir; (c) construir. A figura 1 representa a taxonomia proposta no trabalho de Ainsworth, o qual é um Framework conceitual para utilização de Múltiplas Representações Externas.

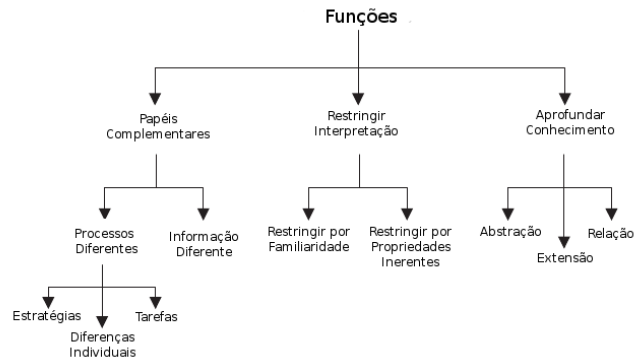


Figura 1. Taxonomia das funções das Múltiplas Representações Externas

3. L-Systems e Fractais

Em [Lindenmayer 1968], o autor define L-

Systems como uma gramática de derivação paralela definida pela tupla:

$$G \rightarrow (V, S, \omega, P)$$

Onde:

1. V é um conjunto de símbolos substituíveis (variáveis);
2. S é um conjunto de símbolos fixos, que não podem ser substituídos;
3. ω axioma inicial;
4. P um conjunto de regras de produção que denotam como as variáveis serão substituídas.

A renderização do fractal acontece por um vínculo entre a gramática L-Systems que define o fractal e os comandos da linguagem LOGO. Os símbolos substituíveis podem representar movimentos simples de um cursor (MOVEFORWARD do LOGO) ou representar derivações (nenhum movimento) enquanto os símbolos fixos correspondem aos símbolos de angulação que se refletem em giros efetuados pelo cursor de renderização do desenho (para o LOGO uma “tartaruga”). Tais giros, correspondem aos comandos TURNLEFT e TURNRIGHT e implementam uma angulação em sentido anti-horário e horário respectivamente, efetivados antes do próximo movimento MOVEFORWARD.

A equação 1 possui a representação L-Systems do Fractal conhecido como *Floco de Neve de Koch* em termos de um *axioma inicial* e um conjunto de *regras de produção*.

$$\begin{aligned}
 & f - -f - -f \text{ (Axioma)} \\
 f & \rightarrow f + f - -f + f \text{ (Regra de produção)}
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

O Fractal toma forma durante as *iterações* e, em termos de comandos LOGO, a iteração 0 (zero) do exemplo corresponde à execução do próprio axioma, produzindo: MOVEFORWARD, TURNLEFT, TURNLEFT, MOVEFORWARD, TURNLEFT, TURNLEFT, MOVEFORWARD resultando na Figura 2(a). A iteração 1 é obtida quando se substitui os símbolos *f* do axioma, pelas regras de produção resultando na string $f + f - -f + f - -f + f - -f + f - -f + f - -f + f$ renderizada na Figura 2(b). Assim, aplicando as regras de produção ao o axioma inicial e recursivamente ao conjunto de símbolos resultantes, o Fractal vai sendo gerado.

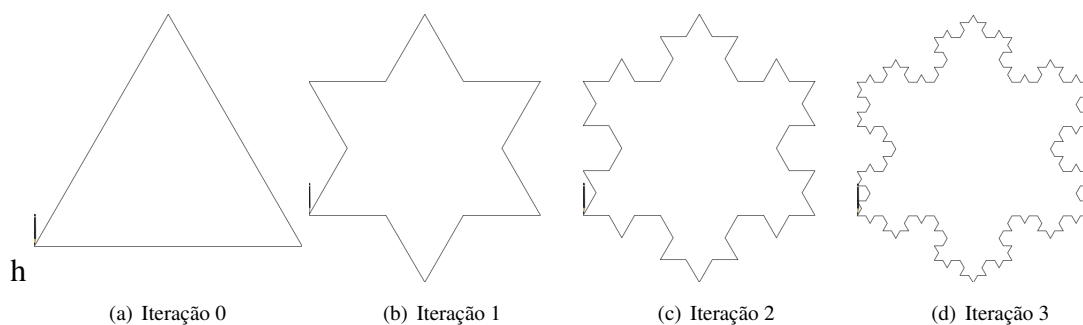


Figura 2. Quatro primeiras iterações da Curva de Koch

4. As correlações representacionais e o Ambiente Exploratório Fractal-R

4.1. O mapeamento entre os domínios simbólicos

A fim de permitir que um aprendiz, sem domínio de LOGO ou L-Systems, construa Fractais definiu-se uma *linguagem de domínio* para o software. Tal linguagem, é um mapeamento entre os símbolos presentes nos L-Systems e elementos visuais bem conhecidos do aprendiz levando-o à exploração do micromundo sem a necessidade de um treinamento extensivo. A tabela 4.1 demonstra a relação entre L-Systems, LOGO, e a linguagem proposta para o micromundo.

L-Systems	LOGO	Fractal-R(Micromundo)
a,b,c ... z	[MOVEFORWARD]	[ANDAR]
A...Z	(sem correspondência)	[PRODUZIR]
+	[TURNRIGHT]	[GIRE A DIREITA]
-	[TURNLEFT]	[GIRE A ESQUERDA]
(memória) []	(sem correspondência)	[FAZER E RETORNAR]

Tabela 1. Correspondência entre as simbologias

4.2. O ambiente exploratório Fractal-R

A ferramenta ¹, como exibida na figura 3, dispõe de um painel com botões de *ação* análogos às instruções LOGO, que movimentam a cursor de desenho. Adicionalmente, há um painel com exemplos de como montar um Fractal utilizando a linguagem simbólica criada para a ferramenta. Finalmente o *painel de controle*, onde o usuário informa o passo da animação, a angulação de giro para os comandos de girar (à esquerda e à direita) e também a iteração corrente do Fractal.

5. Cenários de utilização

Em ([Barbosa 2002] e [Sallum 2005]) os autores enfatizam uma série de aplicações das figuras Fractais em sala de aula devido à oportunidade de trabalhar com processos iterativos. Adicionalmente, em [Sallum 2005] também se afirma que tais figuras são excelentes aplicações de progressões geométricas e geram estímulo ao uso de tabelas.

¹Disponível em <http://rafaelsousa.eti.br/fractalr/Fractal-R.html>

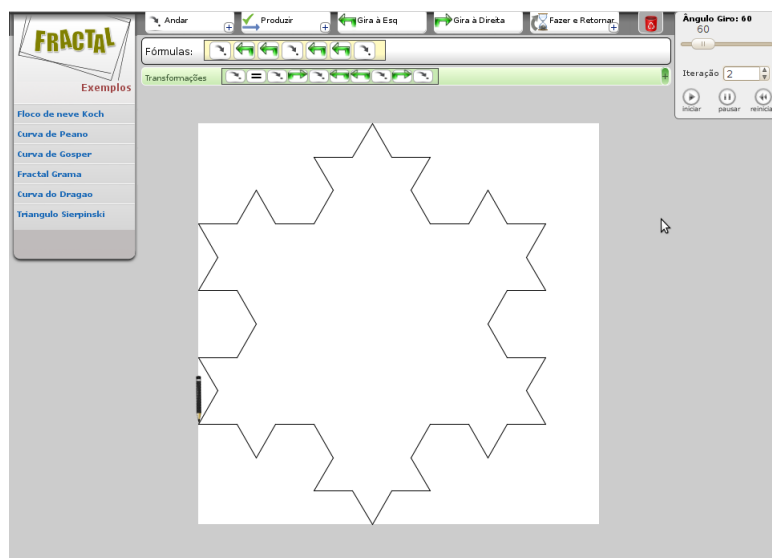


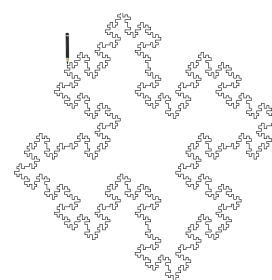
Figura 3. Renderização da terceira iteração do Floco de Neve de Koch pela ferramenta

Um outro cenário de utilização seria a construção e observação, através da atividade exploratória, da própria natureza de crescimento dos Fractais. Em [Mandelbrot 1982] o autor aborda diversos tipos de Fractais e ao se observar o desenvolvimento dos tópicos do livro escrito por Mandelbrot, pode-se observar que ele leva a uma reflexão sobre a natureza da auto-similaridade das figuras Fractais e exprime diversas técnicas de construí-los. Uma derivação do Floco de Neve de Koch proposto por esse autor, denominada de *Ilha de Koch Quádrlica*, é demonstrada no Fractal-R e comparada com a simulação feita por Mandelbrot na Figura 4.

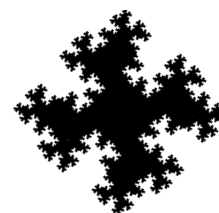
6. Conclusão

Este trabalho buscou apresentar, em primeiro lugar os ambientes exploratórios de aprendizagem e micromundos, onde se apresenta ao aprendiz elementos bem conhecidos e consolidadas na mente do aprendiz. Assim, se explora o potencial mencionado, permitindo que o aprendiz construa o seu próprio conhecimento acerca de propriedades matemáticas encontradas nas figuras de Fractais.

Adicionalmente, menciona-se a correta utilização das Múltiplas Representações Externas e como podem influenciar positivamente o processo de aprendizagem. Uma vez que se utiliza corretamente representações contidas no conjunto do conhecimento comum do aprendiz, é possível encapsular instruções complexas, aqui representadas pelos L-Systems, a fim de que ele atinja um conhecimento específico de maneira pragmática. Assim, o aprendiz, mediante a livre exploração de um micromundo, pode ser capaz de ge-



(a) Ilha de Koch Quádrlica Renderizada Pelo Fractal-R



(b) Ilha de Koch Quádrlica de Mandelbrot

Figura 4. Ilha de Koch Quádrlica

rar figuras tão complexas como os Fractais, bem como observar a sua natureza, utilizando os cenários de utilização abordados ou outras atividades de sua livre escolha.

Por fim, como trabalhos futuros, o software Fractal-R já está sendo inserido em ambientes de sala de aula. Tal inserção prevê as avaliações formativa e somativa como medidas de desempenho do aprendiz que utilizar sistematicamente o software durante a evolução do processo curricular convencional. Também está previsto um estudo mais criterioso da correlação entre as Representações Externas (gráficas, tal qual descritas na Seção 1) e a eficácia do software Fractal-R desenvolvido nesta fase da pesquisa.

Referências

- Aguiar, F., Direne, A., de Bona, L., Silva, F., Castilho, M., Guedes, A., Sunyé, M., and García, L. (2007). Ferramentas e métodos para apoiar o ensino de xadrez na fronteira entre os fundamentos e a perícia. In Rosa Costa, G. C., editor, *Anais do XXVII Congresso da Sociedade Brasileira de Computação: WIE2007 - Workshop sobre Informática na Escola*, pages 380–387, Rio de Janeiro, Brasil. SBC.
- Ainsworth, S. (2006). Deft: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, 16(3):183–198.
- Alfonseca, M. Ortega, A. (1996). Representation of fractal curves by means of l systems. In *APL '96 Proceedings of the conference on Designing the future*, volume 26, pages 13–21.
- Barbosa, R. M. (2002). In *Descobrimo a geometria Fractal para sala de aula*, volume 1, pages 1–42, Belo Horizonte. Autêntica.
- Cox, R. e Brna, P. (1995). Supporting the use of external representations in problem solving: the need for flexible learning environments. *Journal of Artificial Intelligence in Education*, 6(2/3):239–302.
- Hobmeir, A., Direne, A., Silva, F., Bona, L., García, L., Castilho, M., and Sunyé, M. (2008). Uma abordagem dialógica alternativa para a aquisição de habilidades táticas em jogos educacionais. In *XIV SBIE - Simpósio Brasileiro de Informática na Educação (SBIE-2008)*, pages 1–10, Fortaleza, Brasil. SBC.
- Lindenmayer, A. (1968). In *Mathematical models for cellular interactions in development*, pages 280–315. *Journal of Theoretical Biology*.
- Mandelbrot, B. (1982). In *The Fractal Geometry of Nature*, pages 25–34. W.H. Freeman and Company.
- Papert, S. (1980). In *Mindstorms: Children, Computers, and Powerful Ideas*, pages 156–177, New York. Basic Books, Inc.
- Rieber, P. (1996). Seriously considering play: Designing interactive learning environments based on the blending of microworlds, simulations, and games. *Educational Technology Research and Development*, 44:43–58.
- Sallum, E. M. (2005). Fractais no ensino médio. *Revista do Professor de Matemática*, (57):1–8. São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática.